

یادآوری (از دبیرستان)

بر معادله درجه دوم با ضرایب صحیح
در فضای \mathbb{R}^2 می توانیم متقاطع مخروطی را مشخص می کند

یادآوری
رسم بیضی

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$



معادله فوق یک بیضی در صفحه $z=0$ به دست می دهد



$$\frac{x^2}{4} + 4z^2 = 4$$

$$\frac{x^2}{4} + z^2 = 1$$

مثال
استوانه
را رسم کن



معادله $f(x, y) = 0$ در \mathbb{R}^3 استوانه را مشخص می کند

تمرین
رسم استوانه

هدف

بررسی پدیده‌های مشابه در فضای \mathbb{R}^3

Quadrate

رسم رویه‌های به معادله درجه دوم Surface

تعریف

منظور از یک معادله درجه دوم

معادله‌های به صورت زیر است

$$\square x^2 + \square y^2 + \square z^2 +$$

$$\square x + \square y + \square z +$$

$$\square xy + \square xz + \square yz +$$

$$D = 0$$

می‌گیرد

بالا نذاریم

که در هر \square یک عدد حقیقی قرار

توجه $\textcircled{1}$ بعضی شامل x, y, z در معادله

توجه $\textcircled{2}$

با استفاده از تکنیکهای دوران، انتقال

مربوطان حالات شامل x, y, z را از میان برداریم


نیاز این در ادامه است تا چهار معادله‌ای خواهیم

حالات خواص هم برداشت


برداشت که شامل عبارتهای یاد شده نباشند
توجه $\textcircled{3}$ شکل به رسم معادله‌های یاد شده ایجاد
می‌شود نیز از خود حالت خارج نیست که در ادامه به این

برای $z = \pm 1$ داریم
 $x^2 + y^2 = 0 \Rightarrow x = 0, y = 0$
 پس نقاط $(0, 0, 1)$ و $(0, 0, -1)$ روی شکل مورد نظر واقعند.

برای $z = 0$ داریم
 $z = 0 \Rightarrow x^2 + y^2 = 1$



پس معادله فوق معادله یک کره است
 مبدأ و شعاع 1 است



پس مابعدینال مجموعه D هستیم
 $\{(x, y, z) \mid x^2 + y^2 + z^2 = 1\}$
 مجموعه بالا دقیقاً شامل نقاطی است که فاصله آنها از مبدأ برابر با 1 است.

مثال مجموعه نقاط صادق در معادله فوق را
 \mathbb{R}^3 در بردارند
 $x^2 + y^2 + z^2 = 1$
 پاسخ معادله فوق را می توان به صورت زیر نوشت
 $(x-0)^2 + (y-0)^2 + (z-0)^2 = 1$

حالت کلی

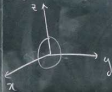
$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$

معادله یک بیضی وار (بیضی گویا + بیضوی) است



در $\lambda = 0$ دایره نیز را داریم:

$$x^2 + y^2 = 1$$



در $\lambda = 0$ دایره بیضی داریم:

$$x^2 + \frac{y^2}{a^2} = 1$$



در λ های مختلف دایره مختلف داریم:



شکل فوق یک سهمی دارد دایره ای نام دارد.
 شاهد شکل فوق از دوران $x^2 + y^2 = z^2$ حول محور z ایجاد می شود.
 شکل فوق از دوران $x^2 = z^2$ حول z ایجاد می شود.

مثال

معادله $x^2 + y^2 = z^2$

شکل فوق از دوران $x^2 + y^2 = z^2$ حول z ایجاد می شود.

شکل فوق از دوران $x^2 = z^2$ حول z ایجاد می شود.

این سطح در معادله یک بیضیگون
 $a = b = c$

یک بیضیگون در رسم

Ellipsoid
 Ellipsoid

بیضیگون

$x^2 + y^2 + z^2 = 1$

$z=0 \Rightarrow \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

$x=0 \Rightarrow \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$

$y=0 \Rightarrow \frac{x^2}{a^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$

مثال

معادله شکل حاصل از دوران منحنی $z = f(y)$ حول z -محور

منحنی $z = f(y)$ را به دور z -محور می‌چرخانیم.

تقریباً نقاط عادی و معادله

$$z = 4x^2 + y^2$$

رایج هستند

$$\frac{z}{4} = \frac{x^2}{1} + \frac{y^2}{4}$$

نام انگلیسی: Elliptic paraboloid

کاربرد ها

از دوران منحنی در یک طرف z -محور

یک کاسه در یک جهت z -محور

دوران z -محور

معادله کلی

$$\frac{z}{c} = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2}$$

تابع تابع فرمول (*) معادله مورد نظر به صورت

$$z = \left(\sqrt{x^2 + y^2} \right)^2$$

$$z = x^2 + y^2 \Rightarrow$$

شکل دایره

مثال معادله شکل حاصل از دوران

$$z = x^2 + y^2$$



پس معادله شکل حاصل از دوران

$$z = f\left(\sqrt{x^2 + y^2}\right)$$



اینجا به شکل $z = f(d)$

$$z = f(d)$$

$$d = \sqrt{x^2 + y^2}$$

اینجا به شکل $z = f(d)$

$$z = f(d)$$





برای
رابطه معادلات زیر را رسم کنید

$$z = \ln \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$z = c$$

مثال
معادله شکل حاصل از دوران منحنی $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ حول محور z را بنویسید.



$$f(x, y) = 0 \Rightarrow$$

$$f\left(x, \pm \sqrt{y^2 + x^2}\right) = 0$$

$t_1, t_2, t_3 \in \{x, y, z\}$

در این منحنی $f(t_1, t_2) = 0$

حول محور t_3

$$f\left(t_1, \pm \sqrt{\frac{t_2^2 + t_3^2}{2}}\right) = 0$$

مثال
معادله شکل حاصل از دوران منحنی $z = x^2$ حول محور z را بنویسید.

$$z = \left(\sqrt{x^2 + y^2}\right)^2 \Rightarrow z = x^2 + y^2$$

شکل
کلیه

