

به نام خالق یکتا

آزمون میان ترم ریاضی عمومی دو  
فروردین ماه ۱۳۹۸



دانشکده علوم ریاضی

مدت آزمون: ۹۰ دقیقه

۱. وجود حد تابع  $f(x, y) = \frac{xy^2}{x^2 + y^2}$  را در نقطه‌ی  $(0, 0)$  بررسی کنید. (۱۰ نمره)

۲. تابع  $f$  با ضابطه‌ی  $f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 \tan y}{x^2 + y^2} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$  مفروض است. (۲۰ نمره)

الف) نشان دهید  $f$  در  $(0, 0)$  پیوسته است.

ب) مقادیر  $\frac{\partial f}{\partial x}(0, 0)$  و  $\frac{\partial f}{\partial y}(0, 0)$  را محاسبه کنید.

ج) مشتق سویی تابع  $f$  در  $(0, 0)$  را در جهت بردار یکه‌ی دلخواه  $u = ai + bj$  بدست آورید.

د) آیا  $f$  در  $(0, 0)$  مشتق‌پذیر است؟ چرا؟

۳. فرض کنید  $f$  یک تابع دو متغیره‌ی مشتق‌پذیر باشد و  $w = f\left(\frac{y-x}{xy}, \frac{z-x}{xz}\right)$ . نشان دهید (۱۵ نمره)،

$$x^2 \frac{\partial w}{\partial x} + y^2 \frac{\partial w}{\partial y} + z^2 \frac{\partial w}{\partial z} = 0.$$

۴. الف) صفحه‌ی مماس بر رویه‌ی  $z^2 = x^2 + y^2 - 1$  را در نقطه‌ی  $(2, 1, 2)$  بدست آورید.

ب) نقطه‌ای از رویه‌ی  $z^2 = x^2 + y^2 - 1$  را تعیین کنید که صفحه‌ی مماس بر آن با صفحه‌ی مماس در قسمت الف موازی است. (۱۵ نمره)

موفق باشید

به نام خالق یکتا

آزمون میان ترم ریاضی عمومی دو

فروردین ماه ۱۳۹۸



دانشکده علوم ریاضی

مدت آزمون: ۹۰ دقیقه

۱. وجود حد تابع  $f(x, y) = \frac{xy^2}{x^2 + y^2}$  را در نقطه‌ی  $(0, 0)$  بررسی کنید. (۱۰ نمره)

۲. تابع  $f$  با ضابطه‌ی  $f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 \tan y}{x^2 + y^2} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$  مفروض است. (۲۰ نمره)

الف) نشان دهید  $f$  در  $(0, 0)$  پیوسته است.

ب) مقادیر  $\frac{\partial f}{\partial x}(0, 0)$  و  $\frac{\partial f}{\partial y}(0, 0)$  را محاسبه کنید.

ج) مشتق سویی تابع  $f$  در  $(0, 0)$  را در جهت بردار یک‌ه‌ی دلخواه  $u = ai + bj$  بدست آورید.

د) آیا  $f$  در  $(0, 0)$  مشتق‌پذیر است؟ چرا؟

۳. فرض کنید  $f$  یک تابع دو متغیره‌ی مشتق‌پذیر باشد و  $w = f\left(\frac{y-x}{xy}, \frac{z-x}{xz}\right)$ . نشان دهید (۱۵ نمره)،

$$x^2 \frac{\partial w}{\partial x} + y^2 \frac{\partial w}{\partial y} + z^2 \frac{\partial w}{\partial z} = 0.$$

۴. الف) صفحه‌ی مماس بر رویه‌ی  $z^2 = x^2 + y^2 - 1$  را در نقطه‌ی  $(2, 1, 2)$  بدست آورید.

ب) نقطه‌ای از رویه‌ی  $z^2 = x^2 + y^2 - 1$  را تعیین کنید که صفحه‌ی مماس بر آن با صفحه‌ی مماس در قسمت الف موازی است. (۱۵ نمره)

موفق باشید