



به نام آرام بخش دلها

آزمون میان ترم ریاضی عمومی ۱

مدت آزمون : ۹۰ دقیقه

آبان ماه ۱۳۹۳

۱. همگرایی یا واگرایی سریهای زیر را با ذکر دلیل بیان کنید.

$$\sum_{n=1}^{\infty} n \tan \frac{1}{n} \quad (\text{الف})$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\tanh n}{n^2} \quad (\text{ب})$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{ne^n} \quad (\text{ج})$$

(۲۰ نمره)

۲. الف) نشان دهید تابع  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  با ضابطه زیر بر سراسر  $\mathbb{R}$  پیوسته است.

$$f(x) = \begin{cases} x^{\frac{1}{x}} & x > 0 \\ \sinh(x^2) & x \leq 0 \end{cases}$$

(۲۰ نمره)

ب) نشان دهید  $c > 0$  وجود دارد که  $c^{\frac{1}{c}} = \frac{1}{e}$ .

۳. الف) مشتق پذیری تابع  $f$  با ضابطه زیر را در نقطه صفر بررسی کنید.

$$f(x) = \begin{cases} x^{\sqrt{x}} \ln x & x > 0 \\ x^2 3^x & x \leq 0 \end{cases}$$

ب) نشان دهید تابع  $f$  بر  $\mathbb{R}$  مشتق پذیر است و ضابطه تابع مشتق را به دست

(۲۰ نمره)

آورید.

موفق باشید