

دانشگاه صنعتی اصفهان

نام و نام خانوادگی: ..... شماره دانشجویی: ..... نام درس: .....  
 گروه درس: ..... نام استاد: ..... تاریخ: ..... نمره: .....

سوال ۱۱  
 الف) فرض کنیم  $P$  دربی همایی محدود  $a$  توپ بسته باشد گوئیم  $\lim_{x \rightarrow a} P(x) = l$ ، خطابه  
 برای هر  $\epsilon > 0$ ، عدد  $\delta > 0$  موجود باشد که

$$0 < |x - a| < \delta \Rightarrow |P(x) - l| < \epsilon$$

لازمه

ب) باید ثابت کنیم برای هر  $\epsilon > 0$ ، عدد  $\delta > 0$  موجود است که

$$0 < |x - 2| < \delta \Rightarrow |x^2 - 4x + 4| < \epsilon$$

بی راسم  $|x^2 - 4x + 4| = |x - 2|^2$  . بنابراین کافی است  $\sqrt{\epsilon} < \delta$  اختیار شود زیرا

$$\left( \begin{array}{l} 0 < |x - 2| < \delta < \sqrt{\epsilon} \Rightarrow |x^2 - 4x + 4| = |x - 2|^2 < \epsilon \end{array} \right) \quad \underline{\text{لازمه}}$$

دانشگاه صنعتی اصفهان

نام و نام خانوادگی: ..... شماره دانشجویی: ..... نام درس: .....  
 گروه درس: ..... نام استاد: ..... تاریخ: ..... نمره: .....

سوال ۱۲ تابع  $f$  را به صورت زیر تعریف کرده اند

$$f(x) = \sqrt{x-a} - \frac{1}{1+x}$$

نمره ۲

برای  $f$  در  $[a, 9]$  سولانه است،

نمره ۲

(نمره ۲)  $f(a) f(9) = \frac{1}{4} \times \frac{19}{10} < 0$

بنابراین بر اساس قضیه میانه است که

نمره ۲

$$\sqrt{c-a} = \frac{1}{1+c}$$

دانشگاه صنعتی اصفهان

نام و نام خانوادگی: ..... شماره دانشجویی: ..... نام درس: .....

گروه درس: ..... نام استاد: ..... تاریخ: ..... نمره: .....

سوال ۳) برای  $x \neq 0$  با استفاده از قواعد توابع  $x^3$ ،  $\frac{1}{x}$ ،  $\cos x$  و درگیری هاست داریم

$$f'(x) = 3x^2 \cos\left(\frac{1}{x}\right) + x^3 \cdot \frac{-1}{x^2} \sin\left(\frac{1}{x}\right)$$

$$= 3x^2 \cos\left(\frac{1}{x}\right) - x \sin\left(\frac{1}{x}\right)$$

(۳ نمره)

برای  $x=0$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 \cos\left(\frac{1}{x}\right)}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} x^2 \cos\left(\frac{1}{x}\right) = 0$$

چون  $\left( \lim_{x \rightarrow 0} x^2 = 0, \text{ از آنجا که } \cos \frac{1}{x} \text{ محدود است} \right)$  \*

$$f'(x) = \begin{cases} 3x^2 \cos\left(\frac{1}{x}\right) - x \sin\left(\frac{1}{x}\right) & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} f'(x) = f'(0)$$

(ب) با استفاده از لیمیت

$$\lim_{x \rightarrow 0} f'(x) = \lim_{x \rightarrow 0} 3x^2 \cos\left(\frac{1}{x}\right) - x \sin\left(\frac{1}{x}\right) = 0 = f'(0)$$