

$f(b) - f(a) \approx f'(a)(b-a)$   
 $\frac{f'(a)(b-a)}{2}$

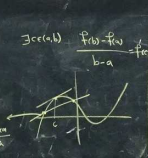


$\exists c \in (a, b)$

$f(b) = f(a) + f'(a)(b-a) + \frac{f''(c)(b-a)^2}{2}$   
 $f(b) \sim f(a) + f'(a)(b-a)$

تقسیم کنیم  
 خطا  
 تقریب

$m = \frac{f(b) - f(a)}{b-a}$



$\exists c \in (a, b) \quad \frac{f(b) - f(a)}{b-a} = f'(c)$

$\exists c \in (a, b) \quad f(b) = f(a) + f'(c)(b-a)$

قضیه استارباچک

$f(x) = \sqrt{x+3}$   
 (بداً در  $x=0$ )  
 $f(0) = \sqrt{3}$   
 $f'(0) = \frac{1}{2\sqrt{3}}$   
 $f''(0) = -\frac{1}{4\sqrt{3}}$   
 $f'''(0) = \frac{1}{32}$

(بعداً در  $x=1$ )  
 $f(x) = f(a) + f'(a)(x-a) + \frac{f''(a)}{2!}(x-a)^2 + \dots + \frac{f^{(n)}(a)}{n!}(x-a)^n + \dots$   
 $f(1) = \frac{1}{2\sqrt{3}} = \frac{-1}{4(x+3)(\sqrt{x+3})} + \frac{x}{2\sqrt{x+3}}$   
 $f'(1) = \frac{1}{32}$

(بداً در  $x=0$ )  
 $f_0: f(a)$   
 $f_1: f(a) + f'(a)(x-a)$   
 $f_2: f(a) + f'(a)(x-a) + \frac{f''(a)}{2!}(x-a)^2$   
 $f_3: f(a) + f'(a)(x-a) + \frac{f''(a)}{2!}(x-a)^2 + \frac{f'''(a)}{3!}(x-a)^3$   
 $\{f_n\} \rightarrow f$

$\exists c \in (a, x)$   
 $f(x) = f(a) + f'(a)(x-a) + \frac{f''(a)}{2!}(x-a)^2 + \dots + \frac{f^{(n)}(a)}{n!}(x-a)^n + \frac{f^{(n+1)}(c)}{(n+1)!}(x-a)^{n+1}$

(بعداً در  $x=1$ )  
 $f(x) = f(a) + f'(a)(x-a) + \frac{f''(c)}{2}(x-a)^2$   
 $\exists c \in (a, x)$



$\cos x = \frac{a}{c}$   
 $\sin x = \frac{b}{c}$   
 $\cos^2 x + \sin^2 x = \frac{a^2}{c^2} + \frac{b^2}{c^2} = \frac{a^2 + b^2}{c^2} = \frac{c^2}{c^2} = 1$

$\sin x = x - \frac{1}{3!}x^3 + \frac{1}{5!}x^5 - \frac{1}{7!}x^7 + \dots$

$\cos x \approx 1 - \frac{1}{2}x^2$   
 $\cos x = \cos(0) + \cos'(0)x + \frac{\cos''(0)}{2!}x^2 + \frac{\cos'''(0)}{3!}x^3 + \dots$

$\sin x = \sin(0) + \cos(0)x = x$

$\cos x = \cos(0) + \cos'(0)x + \frac{\cos''(0)}{2!}x^2 + \frac{\cos'''(0)}{3!}x^3 + \dots$   
 $\cos x = 1 - \sin x = 1 - x + \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{6} + \dots$

سری دینی  
 تبدیل  
 تبدیل

تقریب	تقریب	تقریب
$ \sin x  \leq  x $	$\sin x \approx \sin 0 + \cos(0)x$	$\cos x \approx \cos 0 - \sin(0)x$
	$\sin x \approx x$	$\frac{2\sin x \cos x}{2}$
	$\sin x \approx x - \frac{1}{6}x^3$	$\left(\frac{\sin x}{4!}\right)x^4$

$\sqrt{x+3} \approx 2 + \frac{1}{4}(x-1) + \frac{(-1/8)}{2!}(x-1)^2$   
 تبدیل  
 تبدیل  
 تبدیل

① نقاط جبرانی تابع را پیدا کنیم  
 اگر در نقطه  $c$  مشتق از سمت راست تغییر کند  
 از  $c$  به سمت راست تغییرات  
 اگر در نقطه  $c$  مشتق از سمت چپ تغییر کند  $c$  ماکزیمم نیست  
 اگر در نقطه  $c$  مشتق از سمت چپ و مشتق از سمت راست تغییر کند  
 اگر در نقطه  $c$  مشتق از سمت چپ و مشتق از سمت راست تغییر کند  
 در ماکزیمم و در مینیمم تغییرات

روش یافتن اکستریمهای نسبی تابع  $f$



اگر در  $f$  در  $(a, b)$  به دلیل کمابست باشد  
 مشتق باشد  
 اکیدا نزولی است

کاربرد خاص و یک قضیه مقدار میانگین  
 اگر مشتق  $f$  در بازه  $(a, b)$  مثبت باشد  
 آنرا در این بازه اکیدا صعودی است  
 $a < b \Rightarrow f(a) < f(b)$   
 تابع مقدار میانگین  

$$f(b) = f(a) + \frac{f'(c)(b-a)}{>0}$$

(cos x)  

$$\cos x = 1 - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{4!}x^4 - \frac{1}{6!}x^6 + \frac{1}{8!}x^8 - \frac{1}{10!}x^{10} + \dots$$
  

$$\sin x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n (2n)!}{(2n)!} x^{2n}$$
  

$$\cos x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n)!} x^{2n}$$

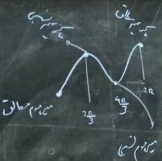
نمودار تغییرات  
 هر نقطه از نمودار  
 درجه اول در آن نقطه دارد



	$x = -1$	$x = 0$	$x = 1$	$x = 2$
	$f'(-1)$	$f'(0)$	$f'(1)$	$f'(2)$
	-	+	-	+
	↙	↗	↘	↗
	حالت	حالت	حالت	حالت
	$f(-1)$	$f(0)$	$f(1)$	$f(2)$

① پیدا کردن نقاط بحرانی  
 $f'(x) = 12x^3 - 12x^2 + 4x = 0$   
 $12x(x-2)(x+1)$   
 $x = 0$   
 $x = 1$   
 $x = 2$

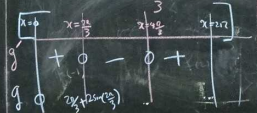
شکل  
 اگر هم در آن نقطه  
 $f''(x) = 36x^2 - 24x + 4$   
 را بیابیم



نقطه بحرانی در بازه  $[0, 2\pi]$

$$x = \frac{2\pi}{3}$$

$$x = \frac{4\pi}{3}$$



$$g'(x) = 1 + 2\cos x$$

$$g'(x) = 0 \Rightarrow \cos x = -\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow x = \frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}$$



مثال  
اکثر و کمترین مقادیر تابع

$$g(x) = x + 2\sin x \quad 0 \leq x \leq 2\pi$$

رایانه