



تکلیف سری اول درس ریاضی عمومی ۱

۱. حد هر یک از دنباله‌های زیر را با ذکر دلیل تعیین نمایید.

الف) $a_n = \frac{1}{\sqrt{n}} \sin(n^2 + 1)$

ب) $a_n = \sqrt{n^2 + 2n} - \sqrt{n^2 + 1}$

۲. فرض کنید دنباله‌ی همگرای $a_n = (1 + \frac{1}{n})^n$ حدی برابر α داشته باشد. حد هر یک از دنباله‌های زیر را بر حسب α تعیین کنید.

الف) $b_n = (1 + \frac{1}{n})^{n+4}$

ب) $c_n = (1 + \frac{1}{n})^{2n}$

ج) $d_n = (\frac{n}{n+1})^n$

۳. دنباله‌ی $\{a_n\}$ را دنباله‌ای بازگشتی نامیم هرگاه جمله‌ی آغازین (یا چند جمله‌ی آغازین) دنباله داده شده باشد و جمله‌ی a_n به جمله‌ی a_{n-1} یا چند جمله‌ی قبل از خود وابسته باشد. نشان دهید دنباله‌ی بازگشتی $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ با دستور $a_1 = 1$ و $a_n = \sqrt{3 + 2a_{n-1}}$ ، برای $n \geq 2$ ، دنباله‌ای صعودی است. نشان دهید این دنباله همگرا است.