

۴. همگرایی یا واگرایی سری‌های زیر را تحقیق نمایید.

الف) 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{1^2 + 2^2 + \dots + n^2}$$

ب) 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt[n]{n}}{n^2}$$

ج) 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{n}}}$$

د) 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \times 3 \times \dots \times (2n-1)}{2 \times 4 \times \dots \times (2n)(3^n + 1)}$$

---

۵. اگر  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  یک سری با جملات نامنفی و همگرا باشد، نشان دهید هر یک از سری‌های زیر همگرا است.

الف) 
$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n^2$$

ب) 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{a_n + 1}$$

ج) 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n^2}{a_n^2 + 1}$$