

۹ نوبت نهم

تمرینهای ۱ تا ۵ کتاب دیوید مارکر، فصل ۵.

تمرین ۴۵: نشان دهید که در یک مهمانی شش نفره، یا سه نفر هستند که هیچ دو نفرشان یکدیگر را نمی‌شناسند، یا سه نفر هستند که دو به دو یکدیگر را می‌شناسند. به بیان دیگر نشان دهید

$$\exists (3) \rightarrow 6.$$

تمرین ۴۶: گیریم T تئوری یک رابطه‌ی هم‌ارزی باشد با نامتناهی کلاس نامتناهی در زبان $L = \{E\}$. نشان دهید که در هر مدل $M \models T$ دو و تنها دو دنباله‌ی بازنشاختنی I_0, I_1 با تایپهای متفاوت یافت می‌شود.

تمرین ۴۷: گیریم G گروه آزاد با مجموعه‌ی مولد X باشد. نشان دهید که X است مجموعه‌ای است بازنشاختنی در G .

تمرین ۴۸: نشان دهید که اگر M مدلی K اشباع باشد، در آن دنباله‌ای بازنشاختنی با اندازه‌ی K پیدا می‌شود.

مدلهای

تمرین ۴۹: می‌گوییم در تئوری T توابع اسکولم تعبیه شده‌اند هرگاه برای هر فرمول $\phi(v, \bar{w})$ نشان تابعی f (وابسته به فرمول یادشده) چنان موجود باشد که

$$T \models \exists v \phi(v, \bar{w}) \leftrightarrow \phi(f(\bar{w}), \bar{w});$$

به بیان دیگر، هرگاه زبان به لحاظ تابعی آن قدر غنی باشد که همه‌ی سوره‌های وجودی توسط توابع حذف شوند.

۱. بررسی کنید که اگر در تئوری T توابع اسکولم تعبیه شده باشند، این تئوری سورها را حذف می‌کند.

۲. بررسی کنید که اگر در تئوری T توابع اسکولم تعبیه شده باشند، این تئوری دارای یک اصل‌بندی با سور عمومی است.

۳. نشان دهید که هر تئوری دلخواه T می‌توان اسکولمیزه کرد؛ یعنی اگر T یک تئوری در زبان L باشد، آنگاه زبان $L^* \supseteq L$ و تئوری T^* را در آن می‌توان چنان یافت که در T^* توابع اسکولم تعبیه شده باشند و هر مدل $M \models T$ را بتوان به مدلی از T^* بسط داد.

۴. نشان دهید هر L ساختار دلخواه M اشتراک زنجیر مقدماتی نزولی‌ای از L - ساختارهاست؛ یعنی

$$M = \bigcap N_i$$

که در آن

$$N_{i+1} \prec N_i, N_{i+1} \neq N_i.$$