

درست نبودن قضیه حذف تایپها در زبانهای ناشمارا

قضیه ۸۲ (انگلیز): گیریم T یک تئوری کامل مرتبه‌ی اول باشد در زبانی شمارا. گیریم p تایپی کامل باشد و Σ زیرمجموعه‌ای از آن. اگر Σ در همه‌ی مدل‌های T برآورده شود، آنگاه فرمولی در p آن را ایزوله می‌کند.

در ادامه نشان داده‌ایم که شرط شمارا بودن زبان برای قضیه انگلیز لازم است. زبان $L = \{X, Y, (c_i)_{i \in \omega}, (d_i)_{i \in \omega}\}$ را در نظر بگیرید که در آن X, Y دو محمولند و $(c_i)_{i \in \omega}$ و $(d_i)_{i \in \omega}$ ثوابت. فرض کنیم که اصول تئوری T بیانگر متفاوت بودن دوبه‌دوی همه‌ی ثوابت باشد. تایپ جزئی Σ متشکل از فرمولهای زیر را در نظر بگیرید:

$$x \in X \wedge \{x \neq c_i\}_{i \in \omega}.$$

گیریم تایپ جزئی یادشده دارای تکمیلی چون p باشد که در آن فرمولی چون $\phi(x, c, d)$ هست به طوری که $c \in X, d \in Y$ و $\phi \vdash \Sigma$. از آنجا که تایپ جزئی Σ هیچ ثابتی در Y ندارد، در زبان $\{X, Y, (c_i)_{i \in \omega}\}$ داریم $T \models (\forall y \phi(x, c, y)) \rightarrow \Sigma$. اما این تناقض است، زیرا تئوری T در این زبان دارای مدلی است که در آن بخش X شماراست.