

تجزیه‌های کامل

تجزیه T در زبان L را کامل می‌نامیم
 اگر $L = \bigcup_i T_i$ و $T_i \cap T_j = \emptyset$

$$T \neq \emptyset \iff T = \emptyset$$

تعریف

مجموعه M یک L -ساختار باشد
 فرض کنید

ACM آن L -ساختار
 به گونه

شده توسط A بوده است:

$$\langle A \rangle = \left\{ \begin{array}{l} t \text{ یک } L\text{-ترم است,} \\ t(a_{i_1} \dots a_{i_n}) \\ a_{i_1} \dots a_{i_n} \in A \end{array} \right.$$

تمرین

نشان دهید که ساختار تجزیه A
 برابر است

$$\langle A \rangle = \bigcap M$$

L ساختار
 ACM

تعریف

رض کنند M, N در f - ناخوار باشند

$f: A \rightarrow B$ تابع
 $B \subseteq N$ زیر مجموعه
 $A \subseteq M$ زیر مجموعه

$a, a, b \in A$

$f(a, a) \in f$ (تابع)

$$M \models f(a, a) = b \Leftrightarrow N \models$$

$$f(a, a) = b$$

رایج انداز نسبی جزئی می نامیم هرگاه که

$$f \underset{M}{C} \underset{A}{C} = \underset{N}{C} \underset{B}{C} \text{ (2)}$$

$$M \models R(a, a) \Leftrightarrow$$

$$N \models R(f(a, a) - f(a, a))$$

(3)

تصنیف فرض کنید که M, N در \mathcal{A} قرار دارند

اگر یک سامانه رفتاری از این دریم های
 جزئی میان M, N وجود داشته باشد

$$= \left\{ \begin{array}{l} f: A \rightarrow B \\ A \subseteq M \\ \emptyset \subseteq N \end{array} \right\}$$

$$\forall a \in M \quad \forall f \in \Gamma \quad \exists g \in \Gamma \quad g \geq f, \quad M \equiv N$$

$a \in \text{Dom}(g)$

$$\forall b \in N \quad \forall f \in \Gamma \quad \exists g \in \Gamma \quad g \geq f, \text{ برگردانی}$$

DSN
 ASM

تمرین

اگر $f: A \rightarrow B$ یک این دریم جزئی باشد

آنست که f با هر تابع g که $g \geq f$ باشد

$$\langle A \rangle^M, \langle B \rangle^N$$

$$\mathbb{C} = \mathbb{R}(i)$$

$$x^2 + 1 = 0$$

i

تئوری میدان‌های بسته

قضیه اساسی حبر هر چند جدایی در $\mathbb{C}[x]$ هم در \mathbb{C} قرار دارند.

یک دوره اثبات \mathbb{C} یک میدان بسته است.

توجه

هر تئوری T مدل متناهی نداشته باشد.

در یک گونول k - جازیم باشد T کامل است.

k -Categorical

نتیجه

اگر بین هر دو مدل T M, N $M \cong N$

یک سادگی رفتگی پیدا شود

T کامل است.

$$L = \{+, -, \cdot, /, \sqrt{\quad}\}$$

ACF
 algebraically closed fields.
 کثیرالمرتبه‌های جبری

$$ACF = \mathbb{T} \cup \text{algebraically closed}$$

شماره اولی، جبری

$$\mathcal{L}_n: \forall a_{n-1}, \dots, a_0 \exists x \quad a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_0 = 0$$

ACF سازگار است. یعنی عمل دارد.
 ACF
 $(\mathbb{C}, +, \cdot, -, /)$

ACF_p یا ACF_p کثیرالمرتبه‌های جبری

p = prime or 0. با مختصر p، رات که صیح.

ACF₀

ACF_p

لم هر دو مدل ناشکلا از ACF_0

با هم ایزد روز هستند.

(نبا برای هر کار در مدل ناشکلا k ، تقویر ACF_0 - k جازم است)

سوال آیا ACF_0 کر تقویر X - جازم است؟ و پاسخ: خیر. تمرین

Q , $Q(n)$

سردرزه دم

مقالی بودن Q و $Q(n)$ روی Q

توجه

$$Q \subseteq M, N$$

$$1 \in M \quad 2, 3, \dots$$

$$f_0: Q \rightarrow Q$$

قدم اول استقرا

① $\forall \lambda \in \mathbb{N}$ هر f_λ یک اندازش همگرا می باشد

$$|\text{Dom } f_\lambda|, |\text{rang } f_\lambda| < \aleph \quad ①$$

$$(m_\lambda, n_\lambda) \in f_{\lambda+1} \quad ②$$

در نهایت همگرا خواهیم داشت

$$f = \bigcup_{\lambda \in \mathbb{N}} f_\lambda$$

اثبات

\aleph - یک کاردینال است و بیشتر

فرض کنید

فرض کنید

$$M = \binom{m}{\lambda}_{\lambda < \aleph}, \quad |M| = |N| = \aleph, \quad M, N = \text{ACF.}$$

فرض کنید

$$N = \binom{n}{\lambda}_{\lambda < \aleph}$$

$$f: M \rightarrow N$$

هدف یافتن یک اندازش همگرا

لگش \aleph - اندازش همگرا یعنی $(f_\lambda)_{\lambda < \aleph}$ (یک اندازش همگرا)

قدم تاگی

فرض کنید f_λ ساخته شده باشد باشد کار دارد

هدف ساختن $f_{\lambda+1}$ چگونه است که $(m_\lambda, n_\lambda) \in f_\lambda$

انحراف از بحث فرض کنید $M_1 \subseteq M_2$ یک توضیح میدانی باشد

فرض کنید $a \in M_2$ عضوی جزئی از M_1 باشد. یعنی a در M_1 عضو است یا خیر

یا $a \in M_1$ عضو جزئی از M_1 است و در M_2 آن را با a نشان میدهند

آنجا که در $M_1[x]$ اینها $\langle f(x) \rangle$

یک ایده آل ماکزیمال است. بنابراین $\frac{M_1[x]}{\langle f(x) \rangle}$ یک میدان است

$$M_1 \hookrightarrow M_1[x]$$

سوال: آیا a در M_1 وجود دارد؟ $M_1(a) = ?$

$$M_1(a) \cong \frac{M[x]}{\langle f(x) \rangle}$$

یا در تمام روابط

اگر M یک حلقه باشد و I یک ایده‌آل، که اول باشد آن گوییم

$$\frac{M}{I} = \{ a+I \mid a \in M \}$$

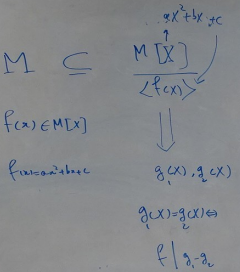
$$(a+I = b+I \Leftrightarrow a-b \in I)$$

یک معیار است

اگر $f: M \rightarrow N$ یک هم‌پوشی بین حلقه‌ها باشد

$$\text{Im } f \cong \frac{M}{\ker f} = \{ x \mid f(x) = 0_M \}$$

توجه اگر F یک میدان باشد آن گوییم هر ایده‌آل اول در $F[x]$ ایده‌آل اول است.



یادآوری

فرض کنید $M_1 \subseteq M_2$ که M_1 و M_2 حلقه‌ها باشند.

فرض کنید $a \in M_1 - M_2$ (یعنی a در M_1 است اما در M_2 نیست) که M_1 و M_2 حلقه‌ها باشند.

فرض کنید M_1 حلقه‌ها باشند که $M_1(a) \cong M_2(x) =$

$$\left\{ \frac{f(x)}{g(x)} \mid f, g \in M_2(x) \right\}$$

$$\frac{M[x]}{\langle f(x) \rangle}$$

$$= \left\{ g(x) + \langle f(x) \rangle \mid g(x) \in M[x] \right\}$$

$$g_1(x) + \langle f(x) \rangle = g_2(x) + \langle f(x) \rangle$$

$$\Leftrightarrow f \mid g_1 - g_2$$

فرض کنید $M_1 \subseteq M_2$ که M_1 و M_2 حلقه‌ها باشند. فرض کنید $a \in M_1 - M_2$ (یعنی a در M_1 است اما در M_2 نیست) که M_1 و M_2 حلقه‌ها باشند.

$$\frac{M(a)}{\langle f(x) \rangle} \cong \frac{M[x]}{\langle f(x) \rangle}$$

فرض کنید $M_1 \subseteq M_2$ که M_1 و M_2 حلقه‌ها باشند.

حالت اول

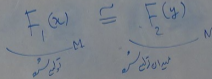
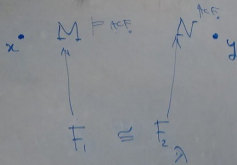
اگر x روی F_1 جاری باشد

$$F_1(x) \equiv \frac{F_1[x]}{\langle f(x) \rangle} = \frac{F_2[x]}{\langle f(x) \rangle}$$

رسم $f(x)$ روی F_2 نیز جاری می‌باشد

حالا اگر f را به F_2 برسانیم $f(x)$ به $f(y)$ در می‌آید

$$F_2(y) \equiv \frac{F_2[y]}{\langle f(x) \rangle}$$



$$M = \left(\begin{matrix} m \\ \lambda \end{matrix} \right)_{\lambda \in K}$$

$$N = \left(\begin{matrix} n \\ \lambda \end{matrix} \right)_{\lambda \in K}$$

مجموعه K جرمینار با صورت λ بعد از K

ادراکات فرض کنید f_λ ساخته شده است

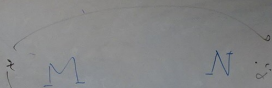
همه f_λ ها $f_{\lambda+1}$ را می‌سازند. اگر $m \in \text{Dom}(f_\lambda)$ و $n \in \text{rang}(f_{\lambda+1})$

$$f_\lambda = M_\lambda \rightarrow N_\lambda$$

$$f_{\lambda+1} = M_{\lambda+1} \rightarrow N_{\lambda+1}$$



$$M, N \models ACF$$



$$F_1 \mapsto F_2$$

$$F_1(x) \mapsto F_2(y)$$



حالت نام

اگر x در F_1 متقابل باشد

$$F_1(x) \equiv F_1(x)$$

از آنجا که اندازه F_2 اکبر از اندازه N است

عنصر x پیدا می شود که در F_2 متقابل است

$$F_1(x) \equiv F_2(y) \equiv F_1(x) \equiv F_2(y)$$

$$f_1: M_1 \rightarrow N_1$$

$$\rightarrow \begin{matrix} \dim F_1 \\ \dim F_2 \end{matrix}$$

$$f_1: \cup f_n$$

$$f_1: M_1 \rightarrow N_1$$