

تمرینات تحویلی سری‌های هفتم و هشتم درس نظریه گالوا

مهلت تحویل: شنبه ۱۴ تیر ساعت ۲۴

- 
- لطفا پاسخ تمرین‌های خود را پیش از پایان مهلت تحویل، در سامانه الکترونیکی دروس بارگذاری کنید.
  - نام فایل ارسالی شما باید به شکل **Galois-ga-hb** باشد که در آن  $a$  شماره گروه شما و  $b$  شماره تکلیف است. برای مثال، نام فایل تکلیف سری اول گروه ۳ باید Galois-g3-h1 باشد.
- تمرین ۱. فرض کنید  $K \subseteq L$  یک توسیع گالوایی باشد و  $G = \text{Gal}(L : K)$ . همچنین، فرض کنید  $E$  یک میدان میانی و  $N \subseteq L$  بستار نرمال  $K$  شامل  $E$  باشد. اگر  $H = \text{Gal}(L : E)$ ، نشان دهید  $\text{Gal}(L : N) = \bigcap_{\sigma \in G} \sigma H \sigma^{-1}$ .
- تمرین ۲. فرض کنید  $K \subseteq L$  یک توسیع میدانی باشد به طوری که  $[L : K] = ۲$ . اگر  $\text{Char}(K) \neq ۲$ ، نشان دهید توسیع  $K \subseteq L$  یک توسیع گالوایی است.
- تمرین ۳. ترسیم زوایای  $\frac{\pi}{۳}$ ،  $\frac{\pi}{۴}$  و  $\frac{\pi}{۶}$  را توسط خطکش و پرگار توصیف کنید.
- تمرین ۴. توسیع‌های میدانی را در ترسیم نیمساز یک زاویه توسط خطکش و پرگار بررسی کنید.
- تمرین ۵. فرض کنید  $K = \mathbb{R}(x)(\sqrt{-1-x^2})$ .
- الف) نشان دهید  $[K : \mathbb{R}(x)] = ۲$ .
- ب) نشان دهید  $t \in K$  وجود ندارد چنان که  $K = \mathbb{R}(t)$ .
- تمرین ۶. فرض کنید  $K = \mathbb{R}(x)(\sqrt{1+x^2})$ . نشان دهید  $t \in K$  وجود دارد چنان که  $K = \mathbb{R}(t)$ .