

● لطفا پاسخ تمرین‌های خود را پیش از پایان مهلت تحویل، در سامانه الکترونیکی دروس بارگذاری کنید. تنها قالب مورد قبول، قالب پی‌دی‌اف خواهد بود.

● نام فایل ارسالی شما باید به شکل **Galois-ga-hb** باشد که در آن  $a$  شماره گروه شما و  $b$  شماره تکلیف است. برای مثال، نام فایل تکلیف سری اول گروه ۳ باید Galois-g3-h1 باشد.

تمرین ۱. نشان دهید  $\mathbb{Q}(i, \sqrt[4]{3}\sqrt{2})$  میدان شکافنده چندجمله‌ای  $x^4 + 3$  روی  $\mathbb{Q}$  است و درجه آن را روی  $\mathbb{Q}$  مشخص کنید.

تمرین ۲. فرض کنید  $K$  یک میدان با مشخصه ناصفر  $p$  باشد.

(الف) نشان دهید نگاشت

$$\phi : K \longrightarrow K$$

$$\phi(a) = a^p$$

یک نشان دادن است. (این نگاشت را نشان دادن فربنیوس نامند.)

(ب) نشان دهید اگر  $K$  یک میدان متناهی باشد، آنگاه  $\phi$  یک اتومرفیسم است.

(پ) نشان دهید اگر  $K = \mathbb{Z}_p$ ، آنگاه  $\phi$  تابع همانی است.

(ت) مثالی از یک میدان نامتناهی  $K$  با مشخصه ناصفر  $p$  بزنید که  $\phi$  روی آن پوشا نباشد.

تمرین ۳. اعضای گروه گالوای  $Gal(\mathbb{Q}(i + \sqrt{2}) : \mathbb{Q})$  را مشخص کنید.

تمرین ۴. اعضای گروه گالوای  $Gal(\mathbb{Q}(\sqrt[3]{2}, i\sqrt{3}) : \mathbb{Q})$  را مشخص کنید.