

● لطفاً هرگروه پاسخ تمرین‌ها را به صورت تایپ‌شده آماده و به آدرس ایمیل pardis.semnani1998@gmail.com ارسال کنید.

● لطفاً موضوع ایمیل ارسالی خود را به شکل **Galois-ga-hb** بنویسید که در آن a شماره گروه شما و b شماره تکلیف است. برای مثال، گروه ۳ تکلیف سری اول را باید در ایمیلی با موضوع Galois-g3-h1 ارسال کنید.

تمرین ۱. میدان شکافنده چندجمله‌ای $x^4 - 2 \in \mathbb{Q}[x]$ را تعیین و درجه این میدان را روی \mathbb{Q} را محاسبه کنید.

تمرین ۲.

الف) نشان دهید چندجمله‌ای $f = x^3 + x^2 + 1 \in \mathbb{Z}_2[x]$ روی \mathbb{Z}_2 تحویل‌ناپذیر است.

ب) میدان شکافنده f را تعیین کنید و آن را K بنامید.

پ) جدول ضربی در K را رسم و ریشه‌های f در K را مشخص کنید.

تمرین ۳. فرض کنید L یک میدان باشد. نشان دهید

الف) برای هر میدان $E \subseteq L$ ، $\Gamma(\Phi(\Gamma(E))) = \Gamma(E)$.

ب) برای هر زیرگروه H از $Aut(L)$ ، $\Phi(\Gamma(\Phi(H))) = \Phi(H)$.

تمرین ۴. فرض کنید $E \subseteq L$ و $K \subseteq E$ توسیع‌های میدانی باشند و L یک توسیع نرمال از K باشد. نشان دهید L یک توسیع نرمال از E نیز هست.

(توجه کنید که هر توسیع نرمال، بنا به تعریف یک توسیع جبری است.)